

ブランコで宙返り



工学博士 西尾 宣明

元・東京ガス(株) 基礎技術研究所

このお話は昨年末のテレビのバラエティ番組を話題にしたものですが、読者が目にされるのは桜花爛漫の頃になると思われます。しかし、話の核心は季節には無関係だと思いますのでご容赦いただきたいと思います。

ブーメランは走らない

与太郎 大家さん。明けましておめでとうございます。

大 家 やあ。明けましておめでとう。初詣はどちらでしたか？

与太郎 近所の小さな神社で済ませて、後はテレビを観ながらゴロゴロですよ。

大家さんはどうでしたか？

大 家 わたしも同じようなものですね。年末年始のテレビはバラエティものが面白くてね。中でも石川遼のゴルフとか、サッカー選手の足で蹴るボウリングとか——面白いのが沢山あって——そんなスポーツ選手が出るのがいちばん楽しかったかな。

与太郎 やっぱね。でも、もっと大家さん好みのやつがあったけど、大家さんも観たでしょうね？

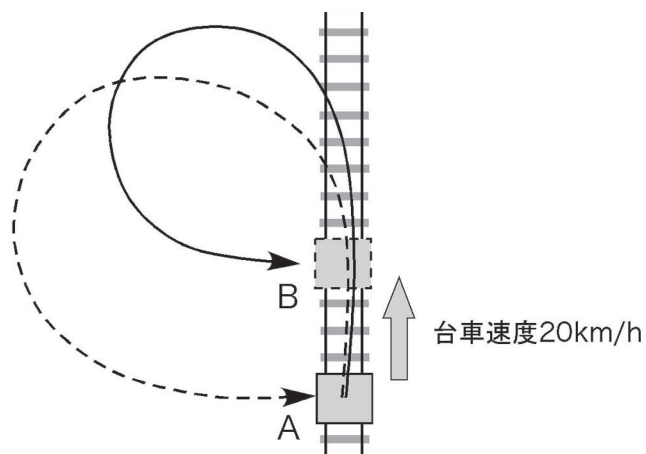
大 家 え？何かな？いろいろ観たので、ごっちゃになってしまったから……。

与太郎 時速20キロぐらいで動く台車の上からブーメランを投げる実験なんだけど……。

大 家 ああ、あれは観てましたよ。最初にみんなで予想していましたね。ブーメランは台車のところに戻って来るかどうか。与太郎さんはどう予想しましたか？

与太郎 いやあ、分かんなかったですよ。でも、大学の先生が予想していましたね。「地球だって凄い速さで動いてるんですよ。その地球に乗って動いている人がブーメランを投げたときもブーメランは戻って来るでしょう？」って。それで、なるほどって思いましたね。

大 家 それはこの図1のA点でブーメランが投げら



どちらに帰る？(図1)

れて、戻ってくるまでの間に台車がB点まで進むものとして、プーメランも台車の位置Bに戻るか、それとも最初に投げられた場所Aに戻って来るかという問題ですね。

与太郎さんは——その先生の予想と同じくB点に戻ると思ったということですね。

与太郎 でも、実際にやってみたら戻ってきたのはA点のほうでしたね。どうしてなんですか？

大 家 私は「この先生は一つ大事なことを見落としているな」と思いましたよ。とても簡単なことですがね。簡単過ぎてうっかりしたのかも……。

与太郎 へえー、それってどういうことですか？

大 家 プーメランが円を描いて戻って来るのは空気の抵抗の働きでしょう？抵抗というか揚力というか……。

与太郎 あっ、そうか。地球の上では空気も一緒に動いてるけど、台車とは一緒じゃないんだ。それで、えーと。

大 家 良く気がつきましたね。プーメランは台車の上の人が投げ出す速度と台車の速度を合わせた速度で止まっている空気に向かって投げ出されるというわけです。

与太郎 そういうことか。止まっている人が台車の速さの分だけ余計に力を入れて投げたのとおんなじってことなんですね？そうすると、うんと大きな円を描くかもしれないけど、戻って来ることはおんなじなんだ。

大 家 よく分かりましたね。あの先生は本当にうっかりミスだったんですね。簡単過ぎて……。

ブランコは宙返りをするか？

与太郎 プーメランの実験のほかに、ブランコの実験がありましたね。走る台車の上に据え付けたブランコに人が乗かって、台車が急停車（注）したときブランコは1回転できるかっていうんだけど。

（注：やや弾力のあるクッション材を張った壁に台車を激突させる）

大 家 あれもなかなか面白かったですね。与太郎さんはどう思いましたか？

与太郎 急停車で1回転させるなんて、出来るのかどうか半信半疑でしたよ。

最初に台車が時速20キロで走った時は回転はしな

かったけれども、乗っていた人はかなり高いところまで上がって、そこから真下に落っこちて、ブランコ台の骨組みに引っかかって宙ぶらりんになってしまいましたね。

大 家 あれは危なかったですね。

与太郎 でも、うんとスピードを出してぶつかれば1回転できるような気がしましたね。

さすがに、次の実験では人とおんなじ重さの人形を使ってましたね。

それで、こんどは時速35キロで走らせたら見事に1回転しましたね。

その前に、プーメランの時とは別の先生に予想してもらったら、35キロなら1回転すると言われたんだそうですね。

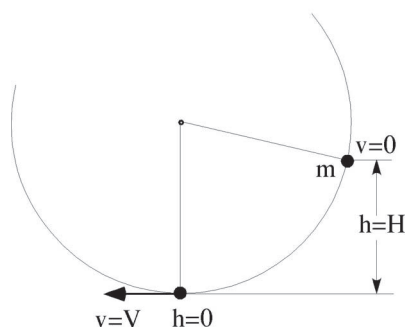
大 家 そうですね。その先生はちゃんと計算されたんだと思います。

与太郎 そういうのって、どんな計算なんですか？

大 家 その先生は数学的にきちんとしたやり方で計算したと思いますが、考え方は比較的簡単ですよ。振り子と同じく、基本はエネルギー保存の法則です。

与太郎 そんな風に言われたって……。

大 家 振り子の錘が一番高いところにあるとき—— $h = H$ とでもしておきましょうか。錘の質量を m と書けば、位置のエネルギーは mgH です。このとき錘は止まっています。つまり $v = 0$ で、運動エネルギーはゼロです。そこで手を離すと錘は動き出して、一番下の $h = 0$ まで行った時に速度は最大の V になって運動エネルギーも最大になります。つまり $h = H$ での位置のエネルギーが $h = 0$ で全部運動エネルギーに変わったということです。エネルギーの形は変わったけれども分量は変わらない。それがエネルギーの保存ということです。（図2参照）

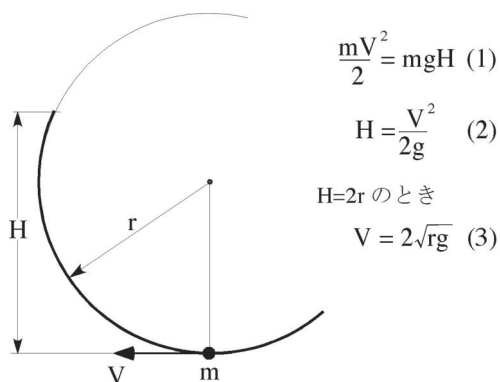


ブランコ（図2）

与太郎 じゃあ、ブランコが台車と一緒に走っている時、その速さがVならば台車が急停車するとその運動エネルギーの分だけ錘は上に振れてHまで上がるって言うわけですね。

そうすると、Vが大きいほど上がる高さ——Hですか？——それも大きくなるわけですね。

大 家 そういうことです。その関係を図に描くとこんな具合です（図3）。図の中の（1）式が運動エネルギーと位置のエネルギーの関係を表しています。そして（2）式が速度と高さの関係を表します。速度が大きければ高さも高くなるということです。



ブランコ（図3）

与太郎 それで、Vがうんと大きければHも大きくなって天辺まで行って1回転することも出来るんでしょう？

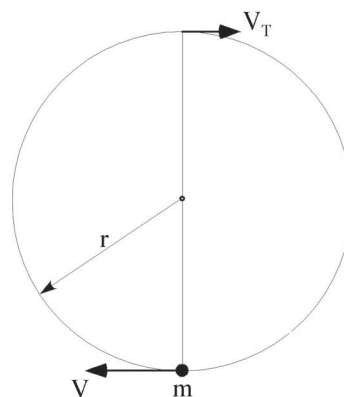
大 家 その通りです。その、天辺まで行くために必要な速度を（3）式に書いておきました。

ブランコの長さがいくらだったか覚えていませんが、かりに2メートル（ $r=2$ ）とすると必要な速度（V）は時速31.9キロになります。

与太郎 あれ。じゃあ、あの先生が予想した35キロよりも遅くて構わないんだ。

大 家 いやいや。この速度だと天辺での速度がゼロになってしまいますから、回転せずに真下に落ちてしまいますよ。だから、真上でも右向きの速度 V_T が残るように余裕のある速度（V）が必要です。（図4）

V_T で真横に投げられた物体が描く放物線の天辺での曲率半径がブランコの半径 r よりも大きいという条件で計算すると、それは図4の（1）式のようになって、そのために必要な最初速度（V）は（2）式のようになります。



ブランコ（図4）

$$V_T \geq \sqrt{gr} \quad (1)$$

$$\frac{mV^2}{2} \geq 2mgr + \frac{mV_T^2}{2} \quad (2)$$

$$V^2 \geq 5gr$$

$r=2$ として計算すると必要なVは時速35.6キロになります。

与太郎 あれ。それじゃ35キロでは遅過ぎないですか？

大 家 人体（人形）の重心がブランコの座面よりも20～30センチ高いところにあると考えれば、 r が1割ぐらい小さくなります。それで計算するとVは34キロぐらいになるから。先生の予想は正しかったと思いますよ。

与太郎 そうだったのか。ところで、いつも不思議に思うんだけど、僕らがブランコに乗って、いくら漕いでも水平から水平までの180°ぐらいしか振れないですよ。あれはどうしてなんですか？

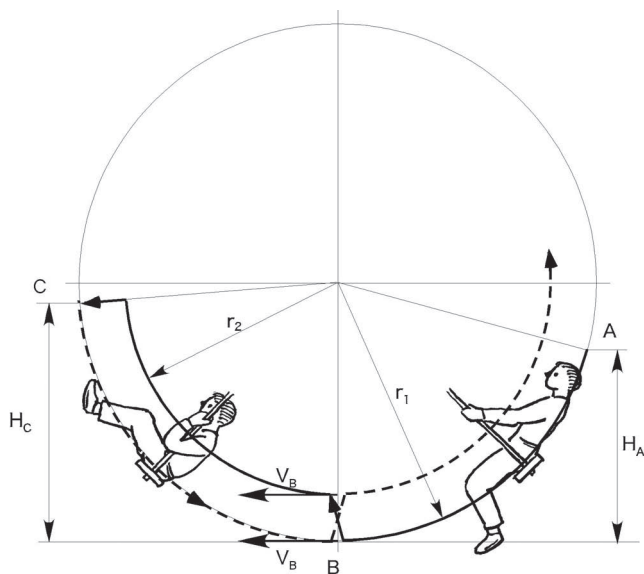
大 家 もしもブランコの綱や鎖を鉄やアルミの棒にでもすればもっと高く、場合によっては1回転だって出来るかもしれませんよ。ぐにゃぐにゃの鎖だと2図のHまで上がったとしても、そこで速度を失うと真っ直ぐ下に落ちてしまって、折角得た位置のエネルギーを有効に速度のエネルギー（運動エネルギー）に変換できないんですね。

ほら、鉄棒の大車輪。あれはブランコの鎖を鉄の棒にしたのと同じことですね。

与太郎 そういうことか。鉄棒もブランコと一緒にだとは気がつかなかったなあ。

大 家 直接鉄棒で説明するのは厄介だから、ブランコの鎖を金属の棒にした場合に、大車輪つまり1回転するためにどんな風に漕げばいいかをこの図で説明しますね。（図5）

まず、最初にA点からスタートするものとします。高さは $h = H_A$ です。ここでは速度がゼロです。つま



ブランコを漕ぐ (図5)

り、 $v = V_A = 0$ です。落ちて行く間は図のように上体を寝かせ、足は下に垂らして、重心をなるべく低くします。

与太郎 なるほど。普通のブランコを漕ぐ時も大体こんな風にしますね。

大 家 一番低いB点まで行くと $h = H_B = 0$ 、ブランコの速度は $v = V_B$ になって位置のエネルギー mgH_A は運動エネルギー $mV_B^2/2$ に変わります。つまり、 $V_B^2 = 2gH_A$ です。

前の図で説明したからこれは分かりますね。

与太郎 はい。分かります、分かります。

大 家 そこで上体を起こし、脚を水平近くに伸ばして、自分の重心を半径 r_1 から r_2 となる位置まで $\Delta r = r_1 - r_2$ だけ持ち上げます。

重心を上げる作用は速度に直角の方向なので、水平方向の運動量はそのまま、つまり $v = V_B$ のままです。その状態からブランコが振れば出発点が上昇した分ブランコが上昇する高さも上昇してC点まで行きます。その高さは $h = H_C = H_A + \Delta r$ です。

与太郎 そうか。最初の所よりも高く上がるから、次に右に振れる時にはスピードも上がるんだ。

大 家 上がった所からそのまま落ちるのでは駄目ですよ。C点まで行ったら今度はまた上体を寝かせ、足は下に垂らすようにして、回転半径を r_1 に戻さなければ駄目です。そうすれば H_C が Δr だけ増えた分、B点での右向き速度も大きくなっています。そこでま

た上体を起こし足を上に上げて……ということを繰り返すことによってどんどん振れる高さが高くなって、ついには天辺まで届く、というわけです。

与太郎 鎖が棒になっているから、天辺さえ通り越せばこんどはちゃんと一回りできるわけですね。

体操の大車輪では

与太郎 それで、大家さん、体操選手の大車輪もこれとおんなじだって言ってましたね。上体を寝かせたり足を上げ下げしたり、あんまり目立つほどやっていないように見えるけど……。

大 家 ブランコの鎖を金属の棒にしたのとは少し違って、その棒に相当する腕や背骨は柔軟性も持ち合わせていますから、目立たないけれどもちゃんとブランコと同じ動きをしていますよ。

たとえば体が下に向かって動く時は腕も足も伸びて、重心は鉄棒から一番離れています。次に、体が一番下に行ったところからは腕を縮め、足を斜め前に上げて、重心を鉄棒に近づけています。

そのほか、腕の力をうまく使って位置のエネルギーから得られる速度以上に $v = V_B$ を加速しているかも知れませんね。私は逆上がりもできないほど体操が苦手なので、よく分かりませんがね。

与太郎 そうか。よく分かりましたよ。体操も基本はほんとにブランコとおんなじなんだなあ。

大 家 ここで誤解のないように補足しておかなければならないことがあります。

与太郎 ええ？まだ何かあるんですか？

大 家 今まで私はエネルギー保存の法則が基本だと言っていたでしょう？

与太郎 ああ。位置のエネルギーが運動エネルギーに変わるっていう話でしょう？

大 家 そうです。ところが一つだけ私が説明を省略していたことがあります。

与太郎 へえ。そうなんですか？どうのことだろうかなあ。

大 家 それは、ブランコや鉄棒で足を上げ下げしたりして漕いでいるうちになぜ段々高く上がるようになるかということです。エネルギー保存の法則に反していると思いませんか？

与太郎 そう言われればそうだなあ。でも、何かから

くりがあるんでしょう？

大 家 そのからくりだけでも、実は重心の位置を r_1 から r_2 に上げた時に重力に逆らって、あるいは遠心力に逆らってと考えるもいいんですが、ブランコに乗っている人が $mg \Delta r$ という仕事をしているんです。仕事というのはエネルギーその物ですから、実はエネルギーを供給しているんですね。

与太郎 だから振れる高さもだんだん高くなるんですか。

大 家 そういうことです。

与太郎 今の話は重心がB点にある時のことだけど、C点まで振れた時にも、今度は重心を下げてますね。この時はどうなんですか？

大 家 良く気がつきましたね。この図ではC点で重

心が斜めに下がっています。このときは体のほうが重力からエネルギーを貰って、B点でした仕事を少し回収していますね。しかし、ブランコが水平よりも高く振れるようになると、体から見て重心が下がるのはブランコの運動から見れば上がることになります。その分だけやはり仕事をしていることになります。

与太郎 そうか。そうするとC点が真上に行った時はB点と同じだけの仕事をしているっていうわけだ。つまり、エネルギーを供給してるってことですね。

大 家 その通りです。よく分かってくれましたね。

与太郎 いやあ。バラエティ番組だから軽い気持ちで観てたけど、理屈が分かったと面白いもんですね。

International NO DIG Berlin 02 - 05 May 2011

No-Dig2011 ベルリン国際会議発表論文の(日本)のご紹介

論文発表者 堀地紀行 国土館大学理工学部基礎理学系教授

論文タイトル 既設の管路設備に及ぼす非開削施工の影響計測

(Measuring the Influence to Existing Utilities of Nearby Trenchless Operations)

論文報告においては、二つの事例を挙げている。

ケース1では、既設の通信用トンネル（外径3m、シールド施工）の直下を離隔3mで、外径約10mの泥水式シールドが通過した事例において、既設の通信用トンネルの断面変形と長手方向の沈下挙動を3次元的に計測できた。また、ケース2では、高速道路路面から7mのクリアランスで、外径約7mの土圧式シールドが通過するに際し、シールド通過断面の直上2mの位置に推進工法でPVCパイプを事前に縦断的に敷設し、シールド掘進による地盤挙動を測定した。ケース1、2についてそれぞれデータを吟味、分析したもので、1のケースは大口径推進管路で施工された既設管路に対する挙動と共通性が高いと考えられる。2のケースは小口径推進管路が、近接非開削施工を受けた時の挙動そのものと評価できる。2ケースともリアルタイムの光計測方式で測定された。

お問い合わせ先

一般社団法人 日本非開削技術協会 事務局

〒135-0047 東京都江東区富岡2-11-18 西村ビル3F

Tel 03-5639-9970 Fax 03-5639-9975 URL <http://www.jstt.jp>