

摩擦力のパラドクス—スケートの力学



二律背反



工学博士 西尾 宣明

元・東京ガス(株) 基礎技術研究所

この世は矛盾や二律背反だらけ

与太郎：大家さん今日は。ああ、スケートの試合を観てたんですか。

わたしも大好きですけど、この頃はちょっとつままないですね。清水宏保みたいに世界一を争うような選手が日本からはなかなか出てこないでしょう？

大 家：本当ですね。ときどき有望な若手が出てくるけれども、なかなか世界のトップと言えるまでには育たないですね。むしろ女子のほうは頑張って時々国際大会で入賞したりしますがね。

与太郎：そうそう。そのスケートで前から大家さんに聞きたいことがあったんだ。

大 家：ほう。どんなことかな？

与太郎：スケートは氷とスケートの摩擦が小さいほど速く走れるんでしょう？それでスケートの刃にどんな材料を使うと摩擦が小さくなるか、なんていうのが研究されてるんでしょう？ほら、セラミックがいいとかチタンがいいとか — 。でも、あんまり摩擦が小さいと氷を蹴る時にも滑っちゃって、何て言うか — 加速がしづらくなるような気がするんだけど……。

大 家：なるほど、なるほど。「あちら立てればこちらが立たず」っていうことですね。そういう例は沢山

ありますね。

「虎穴に入らずば虎兇を得ず」と言うかと思えば「君子危うきに近寄らず」と言ったり、「言わねば腹脹（ふく）る」という一方で「言わぬは言うに勝る」と言う。矛盾と言うか、二律背反と言うか……。

与太郎：ふうーん。

大 家：不老長寿なんていうのも問題ですね。

与太郎：スケートと関係あるんですか？

大 家：いや、別に関係はありませんがね。話のついでってことです。

与太郎さんは不老長寿というものをどう思いますか？

与太郎：それって誰でも望んでることじゃないんですか？

大 家：つまり人間の夢っていうことですね。ところがジョナサン・スウィフトという人が不老長寿なんて馬鹿げてるって言ったんです。与太郎さんはスウィフトを知ってるでしょう？

与太郎：ええ？よく覚えてないな。

大 家：『ガリバー旅行記』を書いた人ですよ。ガリバーは日本にも来たことがあるんですよ。

与太郎：へえー。そうなんですか。小人の国の話しか覚えてないなあ。

大 家：ラピュータという空に浮かぶ島に滞在したとき、日本の東南にあるラグナグという島国に立ち寄ったんです。ここでは千人に一人ぐらいの割合で不老不死の赤ん坊が生まれるんですね。

与太郎：へえー。そんな話があったんですか。で、その赤ん坊はどうなるんですか？

大 家：不老とは言ったけれども、死なないだけで、年を取ればやはり皺くちの爺（じい）や婆（ばあ）になります。彼らも若いうちは人並みに知識欲もあるし世の中のことに関心もあるんですが、百年以上も経つと脳味噌も満杯になってくるし、何よりも死ぬ心配がないものだから新しいことには全然関心を示さなくなるんです。

与太郎：うーん。何となく分かるなあ。

大 家：頑固で自惚れが強く、嫉妬深くなります。嫉妬の対象は若さを振り撒く若者だけじゃなくて、他の老人が死んで行くことなんですね。誰にも好かれることがなくひたすら醜く老いて、死ぬ望みさえないストラルドブラグー — 島の人は不死人間のことをこう呼んでいます — それを見ているラグナグ人は長生きしたいという気持ちはあまり強くないそうです。ガリバー自身もそれまでの長生きしたいという願望が一気に醒めてしまったんだそうです。

与太郎：うーん。それも分かるなあ。われわれ寿命があるっていうのは良いことなんですね。それでも長生きしたいっていう気持ちはありますがね。

大 家：そう、矛盾っていうのは人間が生きて行くのに絶対必要なことなんですね。

与太郎：ところでスケートの摩擦の話はどうなんですか？

摩擦がなければ生きられない

大 家：あっ、そうでしたね。その、摩擦の話ですが、「技術の歴史は摩擦との戦いの歴史である」とも言われるほどなんですね。例えば自動車ならピストン、クランクシャフトの軸受け、トランスミッション（動力伝達装置）の歯車、差動歯車、車輪の軸受けと言った具合に動力発生装置から駆動装置まで、至る所で摩擦が問題になります。燃料効率と運転性能に直接関係しているんですね。皆摩擦を少なくすることが問題です。

もっと高速のリニアモーターカーでは車輪も用をな



もしも摩擦がなかったら

さなくなって、磁力のような目に見えないもので車体を支えなくちゃならないんですね。車がないのに車体というのも変ですが。

与太郎：そうか。摩擦は少ないほうがいいんだ。

大 家：ところが自動車が安全に走るためにはタイヤがしっかり地面をつかまなければならない。ブレーキもちゃんと利かなければ困る。これは摩擦がとても大切だということです。

与太郎：うーん。無いほうが良かったりあるほうが良かったり、時と場合によるわけか。

大 家：ほかにもいろいろありますよ。摩擦が無いと釘を打っても簡単に抜けてしまいます。家なんか建てられません。じゃあ、ボルトで止めれば良いじゃないかと思うかもしれないけれども、ボルトとナットはそれこそ摩擦力を利用して物を締める道具です。

与太郎：そうかそうか。道を歩いても足が滑って転んでばかりだ。いつでもスパイク付きの靴を履いてなきゃ駄目だ。それでも舗装道路じゃ駄目だ。靴下はすぐずり落ちるから履けないですね。古新聞を紐で束ねようとしても結び目が滑ってほどけちゃうし、このコーヒー茶碗だってテーブルから滑り落ちちゃうのか。

大 家：そういうことですね。摩擦が無かったら人間生きて行けませんね。

スケートの刃と摩擦係数

与太郎：スケートの場合もやっぱり摩擦が無いと駄目なんでしょう？

大 家：追々話しますが、スケートはやはり摩擦が小さいほうが絶対に有利だと思います。

与太郎：ふうーん。それでセラミックなんかが研究されてるんだ。

大 家：私が現役のとき、たしか今から20年ぐらい前の雪氷学会でセラミックスケートの研究が発表されたんです。スケートの刃にセラミック素材を使うと摩擦係数をステンレス鋼の約半分に減らせるということでした。

ちなみに、氷や雪とスキー、スケートなどの間の動摩擦係数 μ （ミュー）はこんな値になります。

スケート（ステンレス鋼）と氷 $\mu = 0.02$

スキーと雪 $\mu = 0.05 \sim 0.10$

タイヤーと雪 $\mu = 0.1 \sim 0.5$

鉄（鋼）と鉄、鉄と真鍮など身近な金属の間の動摩擦係数が約0.3から0.4くらい、土と石の間が0.2くらいですから、スキーやスケートの摩擦係数はかなり小さいですね。

与太郎：動摩擦係数っていうと物が動いてる時の摩擦で、止まってる物を動かす時の摩擦係数が静摩擦係数っていうんですね。

大 家：そうです。そうです。速さにもよりますが、動摩擦係数は静摩擦係数の半分以下、数分の1になることもあるんですね。

それで、当時日本の女王だった橋本聖子がセラミックの試作品を持っていたんですね。値段は70万円だったそうです。下世話な話ですが…。

与太郎：へえー。すごい！それでセラミックの効き目はあったんですか？

大 家：その後、彼女は立て続けに日本記録を更新していますから効果があったのかも知れませんが。どっちのスケートで記録を出したのかは報道されていないので、よく分かりませんがね。

与太郎：摩擦係数が半分になるっていうんだから、かなり効きそうですね。

大 家：秒速15メートルくらいになると — 男子500メートルの直線部でそのぐらいの速さだと思いますが — 氷の摩擦抵抗よりも空気抵抗のほうが大きくなります。それでも、摩擦抵抗が半減すれば同じ速度を維持するのに必要なエネルギーは20～30%ほど少なくて済むでしょうね。それがどれだけの記録短縮につながるかを計算するのはむずかしいですが。

与太郎：でも、摩擦係数があんまり小さいと氷を蹴ったときにスケートが後ろに滑って、力が入らないってということもあるんじゃないですか？

ほら、スケートの初心者を見てると、スケートが前後に滑るだけでちっとも前に進まないで、前に倒れたり尻餅をついたりするでしょう？

大 家：そうですね。スケートの刃が進む方向に対して直角になっていなければ、蹴る力は生まれにくいと思われるかも知れませんがね。

しかし、テレビで映される選手の動きを良く観察すると、進む方向と蹴るスケートの角度が直角になっているのはスタートの時だけです。ある程度速度がついた後ではどう見ても左右のスケートの間の角度はせいぜい60°といったところ。つまり、コースの方向に対して左右それぞれ30° ぐらい開いた方向にスケートの刃が向いているということです。

与太郎：そうですね。コーナーを曲がるときなんかそれよりずっと小さいですね。それでもちゃんと力を入れて蹴ることができてるんでしょう？それが不思議なんですよ。

大 家：実は不思議でもなんでもないですよ。ちょっと面倒かもしれないけど、その理屈を説明しますね。

滑りながら氷面を蹴る

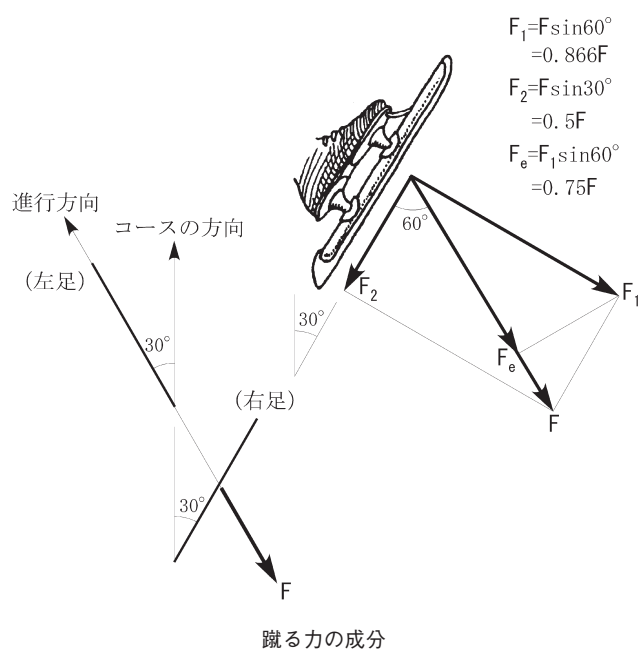
大 家：話を簡単にするために条件を限定して、図のように左右のスケートはコースの方向に対して30°の方向に進むものと考えます。そして、今、右足で蹴るものとして、その方向は左足の進行方向の反対向き、力の大きさはFとします。そのFは図のようにスケートの刃に直角の方向の成分 F_1 と平行な方向の成分 F_2 に分解することができます。また、 F_1 の力のうち左足を進行方向に押し出すのに有効に使われるのは、その進行方向の成分の F_0 です。それらの力の大きさはFを基準にして図の中に書いたようになっています。

与太郎：そうか。 F_2 っていうのは足が滑って後ろに流れるように働くんでしょう？それだったら摩擦が大きいほど踏ん張って前に進みやすいんじゃないんですか？

大 家：その疑問は当然です。ところがそうじゃないんですよ。やはり摩擦が小さいほうがその点でも有利なんですよ。

与太郎：へえー。そうなんですか？

大 家：実際、 F_2 の力によって右足は後ろに滑っているんです。それなのに選手が平衡を失わないのは足に慣性、つまり質量があるからなんです。そのことを



計算で確かめてみましょうね。

ここでは、滑っている選手と同じ速さで動きながら選手の動きを観察することにします。そうすると、右足で氷面を蹴り始める前は選手の体は止まっているように見えます。これは分かりますね？

与太郎：選手も自分も同じ電車に乗っているようなものですね？電車の速さが選手が滑る速さっていうわけだ。

大 家：そうそう、そういうことです。

そこで、右足が氷を蹴り始めると F_e の力によって左足とその上に載っている体は前方に加速されますが、右足は F_2 の力によって逆に後ろのほうに加速されるのは確かです。しかし、靴とスケートを含めた右足が持っている質量、つまり慣性のために、力が加わってもそれほど大きな速度を持つようにはならないんです。氷を蹴っている時間がとても短いことが理由の一つです。

与太郎さんは本当に強い力で蹴っている時間がどのくらいだと思いますか。

与太郎：そうですね。右と左が1秒に1回ずつ蹴るとしても1秒間蹴りっぱなしっていうことはないから——力一杯蹴ってる時間って結構短いんですよね。100分の1秒？それとも10分の1秒くらいですかね。

大 家：そんなところでしょうかね。大体いい線を行っているかも知れませんね。

その蹴っている時間を t と書いて、足の質量を m としますね。そして F_2 の力で t 秒蹴った時に、最初止まっていた足が速度 v まで加速されたとします。その

速度の変化は力積の法則によって

$$mv = F_2 t$$

したがって

$$v = F_2 t / m$$

のように計算されます。力積の法則は前に話したことがありますよね。

与太郎：あります、あります。たしか、人工衛星を止める話のときだったかな。

大 家：よく覚えていてくれましたね。

そこで、速度が0から v まで変る間に足が動く距離は、平均の速度 $v/2$ に時間 t を掛けて

$$L = vt/2$$

となります。この式の v に先の式を代入すると

$$L = F_2 t^2 / 2m$$

です。

ここで足が蹴る力を $F = 1,000\text{N}$ （1,000ニュートン）と仮定してみます。これは我々が普段使っている単位では100キログラムということです。そうすると F_2 はその半分の500Nになります（先の図を参照）。足の質量は太ももの半分ぐらいから先の足の重さとスケート靴の重さを足して、 $m = 20$ キログラムと仮定します。そして蹴る時間を $t = 0.1$ 秒としてみます。

この数字を使って計算すると $v = 2.5$ メートル毎秒、 $L = 0.125$ メートル、あるいは12センチ5ミリになります。どうです？右足が後ろに流れるのはこんなものなんですよ。

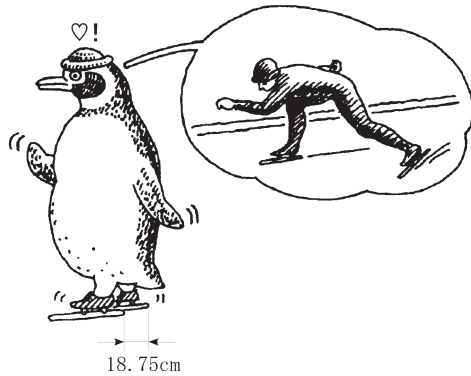
与太郎：へえー。そうなんですか。それじゃあ足が流れて体のバランスを崩すなんてことはないですね。

大 家：もう一つ、 F_e の力で蹴ることによって選手の体がどれだけ加速されるかを計算してみましょうね。

右足を除いた選手の質量を60キロと仮定します。 F_e は0.75Fで750ニュートンになります。これをさっきの v の式の m と F_2 にそれぞれ置き換えて計算すれば $v = 1.25$ メートル毎秒ということになります。その間に体——あるいは左足と言ってもいいんですが——その動き L を計算すると6.25センチということになります。つまり、両足が動く距離だけに注目すると $12.5 + 6.25 = 18.75$ センチという幅の中で蹴る動作は終わっているわけです。

与太郎：そういうことか。20センチもないんじゃないじゃペンギンがスケートしてるようなもんですね。

大 家：それは面白い。確かにそうですね。しかし、実際には両足とも毎秒15メートルぐらいの速さで進



蹴り終わりの足の開きは18.75cm？

んでいますから、蹴っている10分の1秒ぐらいの間に右足と左足は 60° ほど違う方向に1メートル以上も進んでいるんです。だから両足は大きく開いて、あの格好いいスケートのフォームになるんですね。

与太郎：そういうことか。ペンギンとは違うんだ。

でも、体が1.25メートル毎秒も加速されるんじゃ、15メートルなんかよりもっと速くなりそうな気がするけどなあ。

大 家：今のは右足を除いた部分の計算だということを忘れてはいけません。体全体の質量80キログラムに対しては足の部分のマイナスの加速も考えに入れなければなりませんね。これは運動量 — 質量 $m \times$ 速度 v で表されますが — その計算で求められます。右足の運動量が $(-20 \times 2.5 = -50)$ で残りの体の部分が $(60 \times 1.25 = 75)$ です。合計25ですね。これが全体重80キロ $\times$ ？（ハテナ）に等しいわけです。

与太郎：その？（ハテナ）は25を80で割ればいいんですね？そうすると大体0.3メートル毎秒っていうことか。これはそんなに大きくないですね。右足が後ろに滑って流れるのってずいぶん加速を邪魔してるんですね。流れる距離は12センチぐらいで大したこと無いように見えたけど……。これがほんとの「足を引っ張る」ってことだ。

大 家：うまいうまい。座布団1枚上げましょう。

ところで、1回蹴るたびに体が0.3メートル毎秒加速されるなら、10回蹴れば3メートルですね。そのまま行けばどんどん速度は上がりそうだけれども実際にはそうは行きません。なぜだか分かりますか？

与太郎：それは、え — と。それはいろいろと抵抗になるものがあるからですか？

大 家：正解！その通りです。

加速を妨げる抵抗は選手の体に対する空気抵抗と、

スケートと氷面の間の摩擦抵抗です。右足で蹴り、次に左足で蹴るまでの間隔が0.5秒ぐらいと仮定すると、最初に15メートル毎秒だった速度はその間に抵抗力によってちょうど0.3メートル毎秒ほど落ちてしまいます。これが蹴ったときの加速と釣り合っているわけです。うんと粗っぽい計算でもそうなるだろうということは見当がつきます。ここでは説明を省略しますがね。さっき話した「力積の法則」を使って計算できるんです。

もし細かい計算を知りたいなら後で説明してあげますがね。

与太郎：なるほど。ちゃんと辻褄が合ってるんだ。

摩擦力はいつでも後ろ向き

大 家：ところで、初めに「摩擦係数が小さすぎると蹴るほうの足が滑ってしまっ、かえって加速がしにくいんじゃないか」という疑問を持ちましたね。たしかに、摩擦が大きいほど蹴る足の流れるのが抑えられるから有利になるように見えます。

しかし、今度は選手と同じ速さで滑りながら観測するのではなく、観客と同じ視点で観察してみましようか？そうすると選手は目の前を約15メートル毎秒の速さで通り過ぎます。右足が後ろに流れる速さが2.5メートル毎秒としても、実際には12.5メートル毎秒の速さで前に進んでいるんです。

摩擦抵抗の方向は動く方向に対して必ず逆になります。つまり、蹴る足が流れるのを助ける方向に働くわけです。だから、摩擦係数が小さいほうがやはり流されにくいんです。

与太郎：そういうことか。やっぱり摩擦は無いほうがいいんだ。

ところで、大家さん。今やったような計算から、どうすればもっと記録を伸ばせるかなんていうことはわからないんですかね？

大 家：わからなくもないですね。

さっき、一蹴り毎に体は0.3メートル毎秒加速されると計算しましたね。この加速は空気抵抗などで打ち消されるけれども、大きいに越したことは無いんです。仮にこれが0.4になれば、もっと速い風速に抵抗できます。それで、選手の速度が15メートル毎秒だったのが15.1メートル毎秒まで上げられれば、世界新記録ということになるわけです。

与太郎：そうなのか。それで、0.3メートル毎秒を0.4にするには・・・。

大 家：さっきの v の式を見ると、それを大きくするには蹴る力 F を大きくするか蹴る時間 t を大きくするかのどちらかですね。

与太郎：両方大きくしてもいいんでしょう？

大 家：もちろん、そうです。しかし両方は難しい。

とくに、蹴る時間を長くするには脚も長くなければなりません。身長のない清水選手は脚を鍛えて F を大きくする方法しか取れなかったんですね。でも、絶頂期を過ぎると脚の長いウォザースプーンに勝てなくなりましたね。

与太郎：そうか、やっぱり脚が短いのは不利なんだ。残念だなあ。



書籍紹介

「知って得する身近な・Science」でお馴染みの大家さん（ガリレオ爺さん）と与太郎さんのかけあいが痛快科学啓蒙的エッセイとして本になりました。どうぞ一読ください。

ガリレオ爺さんと与太郎さんの○×△□科学談義

著者 にしお金蔵

発行 文芸社 定価（本体1,600円＋税）

